

Die Aufgaben für die 1. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2017

Aufgabe 1

Die Zahlen 1, 2, 3, ..., 2017 stehen an der Tafel. Amelie und Boris wischen abwechselnd je eine dieser Zahlen weg, bis nur noch zwei Zahlen übrig bleiben. Amelie beginnt. Wenn die Summe der beiden letzten Zahlen durch 8 teilbar ist, gewinnt Amelie, ansonsten Boris. Wer kann den Gewinn erzwingen?

Anmerkung:

Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Wie viele spitze Innenwinkel kann ein überschneidungsfreies ebenes 2017-Eck höchstens haben?

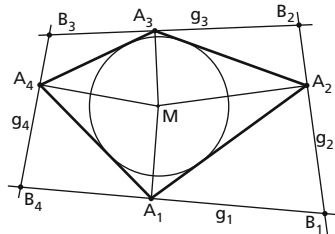
Anmerkungen:

Das 2017-Eck darf überstumpfe Innenwinkel besitzen. Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 3

In einem konvexen Tangentenviereck $A_1A_2A_3A_4$ sei M der Mittelpunkt des Inkreises, der die Seiten des Vierecks berührt. Weiter sei g_1 die Gerade durch A_1 , die senkrecht auf der Strecke A_1M steht; entsprechend seien g_2, g_3 und g_4 festgelegt. Die Geraden g_1, g_2, g_3 und g_4 bestimmen ein weiteres Viereck $B_1B_2B_3B_4$, wobei B_1 der Schnittpunkt von g_1 und g_2 ist; entsprechend bezeichnet B_2, B_3 bzw. B_4 den Schnittpunkt von g_2 und g_3, g_3 und g_4 bzw. g_4 und g_1 .

Beweise, dass sich die Diagonalen des Vierecks $B_1B_2B_3B_4$ im Punkt M schneiden.



Aufgabe 4

Die Zahlenfolge a_0, a_1, a_2, \dots sei rekursiv definiert durch die Vorschrift

$$a_0 := 1 \text{ und } a_n := a_{n-1} \cdot \left(4 - \frac{2}{n}\right) \text{ für } n \geq 1$$

Beweise, dass für jedes $n \geq 1$ gilt:

- a_n ist eine natürliche Zahl.
- Jede Primzahl p mit $n < p \leq 2n$ ist Teiler von a_n .
- Wenn n eine Primzahl ist, dann ist $a_n - 2$ durch n teilbar.

Einsendeschluss: 1. März 2017

Adresscoupon 2017 (Bitte auf den Umschlag außen aufkleben)

| | | | | |
|----------|--|------------|---|---|
| ABSENDER | Name | Vorname | Die eingereichte Arbeit umfasst <input type="checkbox"/> Seiten | |
| | Straße/Nr. | PLZ/Ort | Gruppenarbeit* <input type="checkbox"/> | Aufgabe 3* <input type="checkbox"/> Aufgabe 4* <input type="checkbox"/> |
| | Bundesland | Bundesland | Aufgabe 1* <input type="checkbox"/> | Aufgabe 2* <input type="checkbox"/> |
| | Derzeitige Klassenstufe <input type="checkbox"/> | | * Zutreffendes bitte ankreuzen! | |
| | Bearbeitete Aufgaben <input type="checkbox"/> | | Anschritt der Schule: | |
| | | | Schulname | |
| | | | PLZ/Ort | |



Teilnahmecoupon 2017 (Bitte der Arbeit beilegen)

| | | | | |
|------------|--|--------------|---|---|
| TEILNEHMER | Name | Vorname | Die eingereichte Arbeit umfasst <input type="checkbox"/> Seiten | |
| | Straße/Nr. | PLZ/Ort | Männlich* <input type="checkbox"/> | Gruppenarbeit* <input type="checkbox"/> |
| | Tel. | E-Mail | Aufgabe 1* <input type="checkbox"/> | Aufgabe 2* <input type="checkbox"/> |
| | Bundesland | Geburtsdatum | Aufgabe 3* <input type="checkbox"/> | Aufgabe 4* <input type="checkbox"/> |
| | Derzeitige Klassenstufe <input type="checkbox"/> | | * Zutreffendes bitte ankreuzen! | |
| | Bearbeitete Aufgaben <input type="checkbox"/> | | Selbstständigkeitserklärung: Ich versichere, dass ich/die Gruppe alle beigefügten Lösungen selbstständig gefunden und ausgearbeitet habe/hat. | |
| | | | Datum | |
| | | | Unterschrift | |
| | | | Anschritt der Schule: | |
| | | | Schulname | |
| | | | Straße/Nr. | |
| | | | PLZ/Ort | |
| | | | Bundesland | |

Bitte die Teilnahmebedingungen und wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Generelles

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig ("Schiedsrichterentscheidung"). Der Rechtsweg ist in allen drei Runden ausgeschlossen.
- Die eingereichten Arbeiten gehen in das Eigentum des Wettbewerbs über und werden nicht zurückgesandt. Es wird deshalb empfohlen, eine Kopie zu behalten. Diese kann dann bei Unklarheiten zusammen mit den Lösungsbeispielen mit der Fachlehrkraft durchgesehen werden. Einsendungen auf elektronischem Wege sind nicht möglich.

Erste Runde

- **Teilnahmeberechtigung:** Beteiligen können sich Schüler/innen aller Klassenstufen an Schulen in Deutschland, die zur Hochschulreife führen. Auch Schüler/innen an deutschen Auslandsschulen können teilnehmen, allerdings gelten hier Einschränkungen (s. Merkblatt auf der Webseite). Eingereichte Arbeiten müssen die Lösung zu mindestens einer der vier Aufgaben enthalten.
- **Gruppenarbeit:** Nur in der 1. Runde sind Gruppenarbeiten zugelassen. Für sie gelten folgende Regeln: Maximal drei Teilnehmende dürfen sich zu einer Gruppe zusammenschließen und gemeinsam eine Arbeit einreichen. Gruppenarbeiten durchlaufen wie Einzelarbeiten regulär das Korrekturverfahren. Wird eine Gruppenarbeit mit einem Preis ausgezeichnet, erlangt damit jedes Mitglied dieser Gruppe einzeln die Teilnahmeberechtigung für die 2. Runde. Ab der 2. Runde ist der Bundeswettbewerb Mathematik ein Einzelwettbewerb.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte **Selbstständigkeitserklärung** muss von allen Teilnehmenden, bei Gruppen der Kontaktperson (s.u.), unterschrieben sein. Die Selbstständigkeitsverpflichtung bezieht sich dabei bereits auf die Phase der Lösungsfindung und nicht erst auf die endgültige Formulierung. Insbesondere sind Diskussionen von Lösungswegen im Internet nicht zulässig. Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Bewertung:** Ein Preis wird vergeben, wenn mindestens drei der vier Aufgaben richtig gelöst wurden. Wer eine Aufgabe richtig gelöst hat, erhält dafür eine Anerkennungsurkunde.
- **Einsendeschluss:** 1. März 2017 (Datum des Poststempels). Verspätet abgesandte Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden. Über das Ergebnis werden alle Teilnehmenden im Juni 2017 informiert.

Die weiteren Runden

- **2. Runde:** Alle Preisträger/innen der 1. Runde sind teilnahmeberechtigt, bei preiswürdigen Gruppenarbeiten, alle Gruppenmitglieder einzeln. Es sind nur Einzelarbeiten zugelassen, die Lösungen zu mindestens drei der vier Aufgaben enthalten.
- **3. Runde:** Die 1. Preisträger/innen der 2. Runde haben sich für diese Runde qualifiziert.

Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Bei der Darstellung der Lösung müssen alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet werden. Dabei kommt es entscheidend auf die logische Vollständigkeit an. Eine glatte Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein. Bitte geben Sie benutzte Hilfsmittel (Literatur etc.) an. Umständliche und unnötig breite Ausführungen sowie Beweise und Überlegungen, die zur Lösung der gestellten Aufgabe nicht erforderlich sind, wirken sich negativ auf die Bewertung aus. Dies gilt auch für unverlangte Verallgemeinerungen, sofern sie zu einem erheblichen Mehraufwand in der Darstellung führen oder unangemessen anspruchsvolle mathematische Hilfsmittel benötigen. Derartige Ausführungen können allenfalls in einem Anhang, der keinen Einfluss auf die Bewertung hat, der Arbeit beigelegt werden. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden. Es sollte auch vermieden werden, mathematische oder logische Symbole unnötig zu häufen, wenn dadurch die Lesbarkeit der Arbeit wesentlich eingeschränkt wird.
- Gegen die Verwendung eines Computers oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

Technische Hinweise

- Schreiben Sie Ihre Lösungen gut lesbar und ohne Verwendung der Farben Rot und Grün (diese sind für die Korrektur reserviert) auf Blätter des Formats DIN A4 und lassen Sie links einen ausreichend breiten Rand frei. Ihre Arbeit sollte nach Möglichkeit maschinengeschrieben sein. Bitte nummerieren Sie alle Blätter durch und versehen sie oben rechts mit Ihrem Namen. Alle Blätter dürfen **nur einseitig** beschrieben werden. Senden Sie Ihre Arbeit in einem Briefumschlag des Formats DIN C4, auf dessen Rückseite oben links (Verschluss rechts) der vollständig ausgefüllte Adresscoupon aufgeklebt ist, an die unten angegebene Adresse. Den Teilnahmecoupon bitte ausgefüllt in den Umschlag legen. **Gruppen** geben auf dem Adresscoupon ein Gruppenmitglied als Kontaktperson an und fügen für jedes Gruppenmitglied einen eigenen Teilnahmecoupon bei. Mit der Teilnahme wird einer Speicherung der Daten zugestimmt. Wer sichergehen möchte, dass seine Einsendung angekommen ist, sollte ihr eine frankierte und an ihn selbst adressierte Postkarte beilegen.

Senden Sie Ihre Bearbeitungen bitte ausreichend frankiert an:

Bundeswettbewerb Mathematik

Telefon: (0228) 959 15 - 20

Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH

E-Mail: info@bundeswettbewerb-mathematik.de

Kortrijker Straße 1 • 53177 Bonn

Web: www.bundeswettbewerb-mathematik.de

Übungsmaterial

Aufgaben und Lösungen aus früheren Wettbewerbläufen stehen auf der Webseite des Bundeswettbewerbs Mathematik zum Herunterladen bereit. Wer lieber gedruckte Versionen haben möchte, kann sie kostenlos gegen Einsendung eines adressierten und ausreichend frankierten Umschlags (DINC4) von der Geschäftsstelle beziehen.

Der Bundeswettbewerb Mathematik ist eine Initiative des Stifterverbandes. Er wird gefördert vom Bundesministerium für Bildung und Forschung und vom Stifterverband unter Beteiligung der Länder. Träger ist Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH.

GEFÖRDERT VON

GESAMT-METALL
Die Arbeitgeberverbände der Metall- und Elektro-Industrie

think
INO
Die Initiative für
Ingenieurnachwuchs

tal anx.
Versicherungen. Finanzen.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!